

תיכון עירוני חדש הרצליה

ע"ש חנה סנש

יוני 2026

עבודת קיץ תשפ"ו לעולים ליא' 5 יח"ל

תלמידים יקרים,

לפניכם עבודת קיץ המסכמת את הנושאים שנלמדו השנה בכיתה י'.

בעבודה יש כ-90 שאלות

עליכם להגיש 50 מתוכן, כאשר יש לפתור לפחות מחצית מכל נושא.

ההגשה תהיה בתחילת השנה:

- בדפים משובצים,
- לפי סדר הנושאים המופיע בעבודה,
- כותרת לכל תת נושא,
- בקלסר חצי שקוף,
- כל שאלה בעמוד חדש כולל מספר השאלה
- יש להעתיק שרטוטים היכן שצריך, תוך שימוש בסרגל מחוגה או שבלונה לעיגולים,
- להדגיש תשובות סופיות,

**** חשוב לסמן בדף המיועד לכך, את השאלות אותן פתרתם.**

בתחילת השנה יערך מבדק על עבודת הקיץ כדי לוודא שאתם מוכנים ללימודי מתמטיקה בכיתה יא',

קיץ נעים ועבודה פורייה !

צוות מתמטיקה

שם התלמיד: _____

שם המורה שלימד בכיתה יא': _____

טריגונומטריה

7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---

פונקציית שורש ריבועי-קדם אנליזה

6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---

חקירת פונקציית שורש ריבועי-אנליזה

7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---

חקירת מנה-קדם אנליזה (+חור)

5	4	2	1
---	---	---	---

פונקציית מנה-אנליזה

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

פרופורציה ודמיון במצולעים – ללא מעגל

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	25	24	23	22	15	14	13	12	11

גיאומטריה במעגל

9	8	7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

שאלות הכוללות פרופורציה ודמיון במעגל

15	14	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

גיאומטריה שאלות קצרות:

ללא מעגל

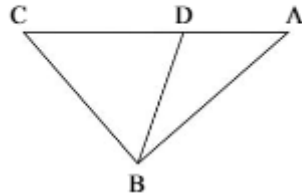
8	7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---

עם מעגל

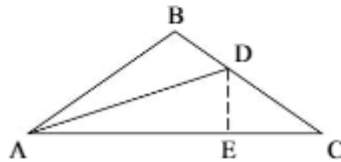
14	13	12	11	10	9
----	----	----	----	----	---

טריגונומטריה במצולעים ובמעגל - שאלות

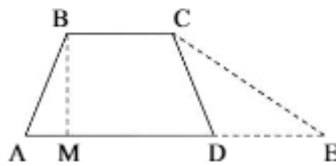
משפט הסינוסים - שאלות ללא מעגל



1. הנקודה D נמצאת על הצלע AC במשולש $\triangle ABC$. שטחו של המשולש ABC הוא 8 סמ"ר. נתון: $\angle BAC = 41^\circ$, $BD = 4$ ס"מ, $CD = 5$ ס"מ. חשבו את:
 - א. גודל הזווית $\angle BDC$.
 - ב. אורך הצלע AB.
 - ג. שטח המשולש ABD.
 - ד. שטח המשולש ABC.

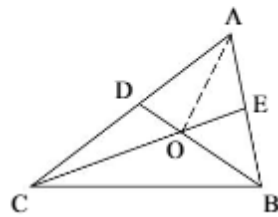


2. הקטע AD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($AB = BC$) ששטחו 45 סמ"ר. במשולש $\triangle ACD$ הקטע DE הוא גובה. נתון: $\angle ABC = 110^\circ$.
 - א. שטח המשולש ADE.
 - ב. היקף המשולש ADE.
 - ג. היקף המשולש ABD.



3. (*) הטרפז ABCD שווה שוקיים ($AB = CD$) ושטחו 204 סמ"ר. הקטע BM הוא גובה בטרפז ואורכו 12 ס"מ. נתון: $BC = 12$ ס"מ.
 - א. אלה טענה שניתן לחשב את אורכי הבסיס AD והשוק AB בכלים גיאומטריים וללא שימוש בכלים טריגונומטריים. האם היא צודקת? הסבירו.
 - ב. הנקודה E נמצאת על המשך הבסיס AD. אילו מהגדלים הבאים ניתן לחשב ללא נתונים נוספים?
 - i. הזווית $\angle BAD$
 - ii. הזווית $\angle CDE$
 - iii. אורך CE
 - ג. ללא חישוב, קבעו עבור כל נתון, אם הוא יסייע לנו לחשב את שטח המשולש ACDE:
 - i. $CD = DE$
 - ii. $\angle DCE = 35^\circ$
 - iii. היקף המשולש ACDE הוא 46 ס"מ.

משפט הקוסינוסים - שאלות ללא מעגל



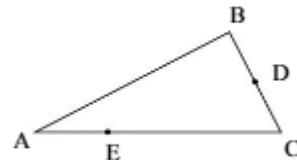
4. במשולש $\triangle ABC$ התיכונים BD ו- CE נחתכים בנקודה O .

נתון: $DO = 2$ ס"מ, $EO = 3$ ס"מ, $\angle EOB = 50^\circ$. חשבו את:

א. היקף המשולש $\triangle ABC$.

ב. אורך הקטע AO .

ג. שטח המשולש $\triangle ACO$.



5. במשולש $\triangle ABC$ נסמן: $BC = 2m$, $AC = 2BC$, $\angle ACB = 60^\circ$.

א. חשבו את הזווית $\angle BAC$.

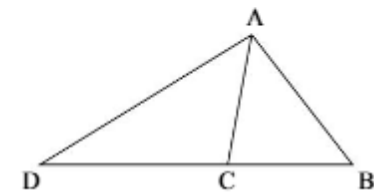
ב. הנקודה D היא אמצע הצלע BC .

הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך ש: $CE = 3AE$.

1. האם קיים ערך m שעבורו יתקיים: $AB \parallel DE$? הסבירו.

2. נתון: $DE = \sqrt{7}$ ס"מ. מצאו את m .

ג. חשבו את שטח המרובע $ABDE$.



6. הקטע AC הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABD$.

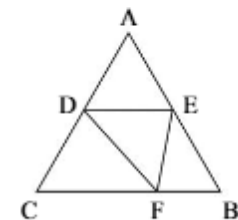
נתון: $AB = 6a$, $AC = 5a$, $\angle ACB = 80^\circ$.

א. חשבו את הזווית $\angle ABD$.

ב. הביעו באמצעות a את אורך הצלע AD .

ג. נתון: המרחק בין הנקודה C לצלע AD הוא 12 ס"מ.

חשבו את שטח המשולש $\triangle ABC$.



7. הנקודה F נמצאת על הצלע BC במשולש $\triangle ABC$ שווה הצלעות שהיקפו

36 ס"מ. הנקודות E ו- D הן אמצעי הצלעות AB ו- AC בהתאמה.

א. בר טען שניתן לחשב את אורכי הקטעים DE ו- DF בכלים גיאומטריים

וללא שימוש בכלים טריגונומטריים. האם הוא צודק? הסבירו.

ב. איזה מהגדלים הבאים ניתן לחשב ללא נתונים נוספים?

i. גודל הזווית $\angle CDF$. ii. אורך הקטע CD . iii. אורך הקטע CF .

ג. קבעו אילו מהנתונים הבאים יכולים לסייע לנו לחשב את אורך הקטע DF :

i. אורך הקטע BF . ii. גודל הזווית $\angle DEF$. iii. גודל הזווית $\angle CDF$.

ד. נתון: $CF = 2BF$. חשבו את:

1. זווית המשולש $\triangle DEF$. 2. שטח המשולש $\triangle DEF$.

תשובות:

1. א. 53.13° . ב. 4.88 ס"מ. ג. 2.05 סמ"ר. ד. 10.05 סמ"ר. 2. א. 19.22 סמ"ר. ב. 26.11 ס"מ.

ג. 25.06 ס"מ. 3. א. אלה צודקת. ב. i, ii. ג. i. מסייע. ii. מסייע. iii. מסייע. 4. א. 25.2 ס"מ.

ב. 4.59 ס"מ. ג. 9.17 סמ"ר. 5. א. 30° . ב. 1. לא קיים. 2. $m = 1$. ג. 2.165 סמ"ר. 6. א. 55.15° .

ב. $8.55a$. ג. 122.5 סמ"ר. 7. א. בר טועה. הקטע DE הוא קטע אמצעים וניתן לחשב את אורכו. את אורך

הקטע DF לא ניתן לחשב ללא נתונים נוספים. ב. ii. ג. i, ii, iii. ד. 1. $\angle FED = 79.11^\circ$, $\angle DFE = 54.79^\circ$,

$\angle FDE = 46.1^\circ$. 2. 15.58 סמ"ר.

פונקציית שורש ריבועי (אי רציונאלית)

קדם אנליזה

1. נתונה הפונקציה $f(x) = (49 - x^2) \cdot \sqrt{x}$.
 - א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי החיוביות והשליליות.
 - ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון **פנימית** אחת. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. סעיפים ג' ו-ד' עוסקים באותם ערכי k . הישר $y = 2k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-2 נקודות. עבור כל טענה קבעו אם היא נכונה או שגויה:
 - i. הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת.
 - ii. תחום הירידה של הפונקציה הוא בדיוק תחום השליליות של הפונקציה.
 - ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$. קבעו כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = k$. הסבירו את תשובתכם.
 - ה. (*) לפניכם המשוואה: $f^3(x) + f^4(x) = 0$. יונתן טוען שלמשוואה יש שלושה פתרונות שאחד מהם שלילי, אחד מהם חיובי והשלישי הוא 0. האם יונתן צודק? הסבירו את תשובתכם.

2. נתונה הפונקציה $f(x) = -x \cdot \sqrt{16 - x^2}$.

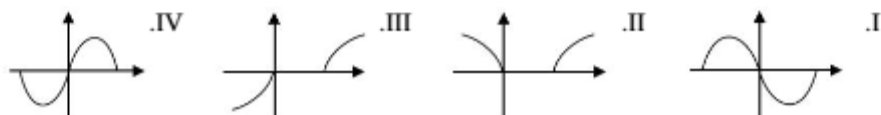
א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. תחומי החיוביות והשליליות.

ב. קבעו אם הפונקציה זוגית, אי-זוגית או שאינה זוגית ואינה אי-זוגית.

ג. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$:



ד. נתון שלמשוואה $f(x) = p$ יש פתרון אחד ($0 < p$). קבעו כמה פתרונות יש למשוואות הבאות:

i. $f(x) = -p$ ii. $f(x) = 2p$

ה. נתונה הפונקציה $h(x) = \sqrt{f(x)}$. מצאו את תחום ההגדרה של $h(x)$.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = (x+2) \cdot \sqrt{-x}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. תחומי החיוביות והשליליות.

ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.

1. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

2. קבעו כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$, ומצאו את סוגן.

3. (*) למשוואה $g(x) = p$ יש שלושה פתרונות והם: x_1, x_2, x_3 .

עבור כל טענה קבעו אם היא נכונה או שגויה: i. $0 < x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ ii. $x_1 + x_2 + x_3 < 0$

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{(4-x)(x-2)}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונות הפונקציות $g(x) = f(2x)$, $h(x) = f(x-3)$, $k(x) = -3f(x)$.

נסמן את אורכי הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ו- $k(x)$ בעזרת d_f , d_g , d_h ו- d_k .

בהתאמה. בכל סעיף, כתבו את הסימן המתאים $<$, $>$, או $=$ במשבצת:

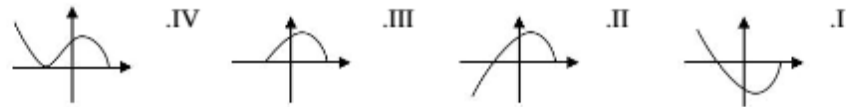
i. $d_f \square d_h$ ii. $d_k \square d_f$ iii. $d_g \square d_h$

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (x+2) \cdot \sqrt{4-x}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה. 2. תחומי החיוביות והשליליות.

ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$:



ג. (*) הזיזו את גרף הפונקציה $f(x)$ שמאלה כך שהוא עובר בראשית הצירים. כתוצאה מההזזה

התקבלה הפונקציה $g(x)$. קבעו איזו מהפונקציות הבאות היא הפונקציה $g(x)$:

i. $g(x) = (x-2) \cdot \sqrt{8-x}$ ii. $g(x) = x \cdot \sqrt{6-x}$

iii. $g(x) = (x+6) \cdot \sqrt{-x}$ iv. $g(x) = (x+4) \cdot \sqrt{2-x}$

6. (*) לפונקציה $f(x) = 3(x+2)^2 \cdot \sqrt{5-2(x+2)}$ יש שלוש נקודות קיצון.

נקודת המקסימום של הפונקציה היא $(0, 12)$. נתונה הפונקציה $g(x) = x^2 \sqrt{5-2x}$.

א. מצאו את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $h(x) = x^2 \sqrt{5+2x}$.

1. הראו שמתקיים: $h(x) = (-x)^2 \cdot \sqrt{5-2 \cdot (-x)}$.

2. מצאו את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקציה $h(x)$.



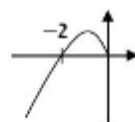
תשובות: 1. א. 1. $0 \leq x$. 2. $(0, 0)$, $(7, 0)$. 3. חיוביות: $0 < x < 7$; שליליות: $x > 7$. ב.

ג. i. שגויה. ii. שגויה. ד. שלושה פתרונות.

ה. יונתן טועה. יש שלושה פתרונות אך שניים מהם חיוביים ואחד הוא 0.

2. א. 1. $-4 \leq x \leq 4$. 2. $(-4, 0)$, $(0, 0)$, $(4, 0)$. 3. חיוביות: $-4 < x < 0$; שליליות: $0 < x < 4$.

ב. אי-זוגית. ג. גרף I. ד. i. פתרון אחד. ii. אף פתרון. ה. $x = -4$, $-4 \leq x \leq 0$.

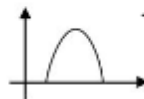


3. א. 1. $x \leq 0$. 2. $(-2, 0)$, $(0, 0)$. 3. חיוביות: $-2 < x < 0$; שליליות: $x < -2$. ב.

ג. 1. נקודות מקסימום ושתי נקודות מינימום.

2. שגויה. ii. נכונה.

4. א. $2 \leq x \leq 4$. ב. השרטוט התחתון משמאל. ג. i. $=$. ii. $>$. iii. $<$.



5. א. 1. $x \leq 4$. 2. חיוביות: $-2 < x < 4$; שליליות: $x < -2$. ב. II. ג. iii.

6. א. $\max(2, 4)$. ב. $\max(-2, 4)$.

חקירת פונקציית שורש ריבועי - אנליזה

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$.
 - א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 - ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. מצאו באילו תחומים מתקיים: $f'(x) \cdot f(x) < 0$.
2. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x} \cdot (x - 27)$.
 - א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 - ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = 3 \cdot |f(x)|$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של גרף $g(x)$ ואת סוגן.
3. לפונקציה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{m - 2x}$ יש נקודת קיצון פנימית הנמצאת על הישר $y = 128$.
 - א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 1. ערכו של m ואת תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 - ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. נתון שפתרון אי השוויון: $f(x) < f'(x)$ הוא: $0 < x < 1.88$. קבעו כמה פתרונות יש למשוואה: $f'(x) = f(x)$ מבלי לפתור ישירות את המשוואה. נמקו.
4. אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה: $f(x) = ax^2 \cdot \sqrt{b - x}$ היא $(4, 16)$.
 - א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 1. ערכים של a ו- b ותחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 - ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = -2 \cdot f(x)$. מצאו לאילו ערכי p יהיו לישר $y = p$ שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$.

5. לפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{3bx - 3x^2}$ ($0 < b$) יש נקודת קיצון פנימית ששיעור ה- y שלה הוא 9.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. ערכו של b ותחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = \sqrt{f(x)}$. ישר המקביל לציר ה- x משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה A

וחותך את ציר ה- y בנקודה B. ראשית הצירים בנקודה O. חשבו את שטח המשולש ΔABO .

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x^2 - a^2}$ ($0 < a$).

א. קבעו אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי זוגית, או שאינה זוגית ואינה אי זוגית.

ב. היעזרו בפרמטר a , במידת הצורך ומצאו עבור הפונקציה $f(x)$ את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. דרך נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ עוברים שני ישרים המקבילים לציר ה- y . שני ישרים אלו יוצרים ריבוע עם ציר ה- x והישר $y = a^2$. מצאו את a .

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{-x^2 + mx}$. המרחק בין שתי האסימפטוטות האנכיות של גרף הנגזרת

$f'(x)$ הוא 6 יח' אורך ואחת מהן עוברת מימין לציר ה- y .

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. הפרמטר m ותחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות הקיצון וסוגן.
3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מבלי לבצע חקירה נוספת, שרטטו סקיצה של גרף הנגזרת:

1. הראשונה $f'(x)$.

2. השנייה $f''(x)$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{f'(x)}{n-4}$. n טבעי.

הבחינו בין ערכי n שונים ומצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $g(x)$, אם יש כאלה.

תשובות:

- (1) א. 1. $3 \leq x \leq 5$. 2. פנימית: $\max(4, 1)$, קצה: $\min(3, 0)$, $\min(5, 0)$. 3. $(3, 0)$, $(5, 0)$. 4. עולה: $3 < x < 4$; יורדת: $4 < x < 5$. ב. השרטוט משמאל. ג. $4 < x < 5$.
- (2) א. 1. $0 \leq x$. 2. פנימית: $\min(9, -54)$, קצה: $\max(0, 0)$. 3. $(0, 0)$, $(27, 0)$. 4. עולה: $x < 9$; יורדת: $0 < x < 9$. ב. השרטוט משמאל. ג. פנימיות: $\min(27, 0)$, $\max(9, 162)$, קצה: $\min(0, 0)$.
- (3) א. 1. $m = 20$, תחום ההגדרה: $x \leq 10$. 2. פנימית: $\max(8, 128)$, $\min(0, 0)$. קצה: $\min(10, 0)$. 3. $(0, 0)$, $(10, 0)$. 4. עולה: $0 < x < 8$; יורדת: $8 < x < 10$ או $x < 0$. ב. השרטוט משמאל. ג. שניים.
- (4) א. 1. $a = 1$, $b = 5$, תחום ההגדרה: $x \leq 5$. 2. פנימיות: $\max(4, 16)$, $\min(0, 0)$. קצה: $\min(5, 0)$. 3. $(5, 0)$, $(0, 0)$. 4. עולה: $0 < x < 4$; יורדת: $4 < x < 5$ או $x < 0$. ב. השרטוט משמאל. ג. $p = 0, -32$.
- (5) א. 1. $b = 4$, תחום ההגדרה: $0 \leq x \leq 4$. 2. פנימית: $\max(3, 9)$. קצה: $\min(0, 0)$, $\min(4, 0)$. 3. $(0, 0)$, $(4, 0)$. 4. עולה: $0 < x < 3$; יורדת: $3 < x < 4$. ב. השרטוט משמאל. ג. 4.5 יח"ר.
- (6) א. זוגית. ב. 1. $a \leq x$ או $x \leq -a$. 2. קצה: $\min(-a, 0)$, $\min(a, 0)$. 3. $(-a, 0)$, $(a, 0)$. 4. עולה: $a < x$; יורדת: $x < -a$. ג. השרטוט משמאל. ד. $a = 2$.
- (7) א. 1. $m = 6$, תחום ההגדרה: $0 \leq x \leq 6$. 2. פנימית: $\max(3, 3)$. קצה: $\min(6, 0)$, $\min(0, 0)$. 3. $(6, 0)$, $(0, 0)$. 4. עולה: $0 < x < 3$; יורדת: $3 < x < 6$.
- ב. השרטוט: ג. 1. השרטוט: 2. השרטוט: ד. עבור $n = 4$ הפונקציה אינה מוגדרת. עבור $1 \leq n \leq 3$ תחום העלייה הוא: $0 < x < 6$. עבור $5 \leq n$ הפונקציה כלל אינה עולה.

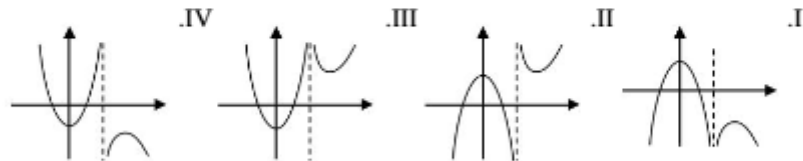
חקירת מנה - קדם אנליזה

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 12}{x - 3}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. תחומי החיוביות והשליליות.
4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ב. לפניכם ארבעה גרפים. קבעו איזה מהגרפים הוא גרף הפונקציה $f(x)$:



ג. נתון ששיעורי ה- x של נקודות הקיצון הם: $x_1 = 0$ ו- $x_2 = 6$. מצאו את שיעורי ה- y שלהן.

ד. מצאו עבור אילו ערכי k למשוואה $\frac{x^2 + 4x - 12}{x - 3} = k$:

1. יהיו שני פתרונות.
2. יהיה פתרון אחד.
3. לא יהיו פתרונות.

2. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3}$.

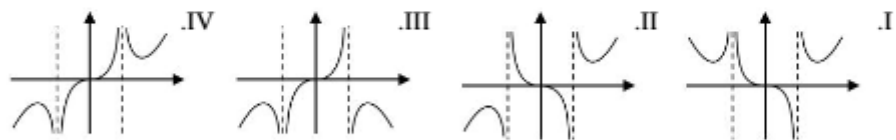
א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. תחומי החיוביות והשליליות.

ב. נתון ששיעורי ה- x של שתי נקודות הקיצון של הפונקציה הם: $x_1 = 3$ ו- $x_2 = -3$.

מצאו את שיעורי ה- y של נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.

ג. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$:



ד. הזיזו את גרף הפונקציה $f(x)$ מעלה כך שאחת מנקודות הקיצון נמצאת על ציר ה- x . כתוצאה

מההזזה התקבלה הפונקציה $h(x)$. קבעו איזו מהפונקציות הבאות היא הפונקציה $h(x)$:

i. $h(x) = \frac{(x+3)^3}{(x+3)^2 - 3}$ ii. $h(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3} + 4.5$ iii. $h(x) = \frac{x^3 + 9}{x^2 - 3}$

תשובות:

1. א. $x \neq 3$. 2. $(2,0)$, $(-6,0)$, $(0,4)$. 3. חיוביות: $3 < x < 2$, $-6 < x < -6$; שליליות: $2 < x < -6$, $x < -6$.
2. א. $x \neq \pm\sqrt{3}$. 2. חיוביות: $\sqrt{3} < x < 0$, $-\sqrt{3} < x < 0$; שליליות: $0 < x < \sqrt{3}$, $x < -\sqrt{3}$.
3. א. $x = 3$. ב. II. ג. $y_2 = 16$, $y_1 = 4$. ד. 1. $k < 4$, $16 < k$. 2. $k = 4$, $k = 16$. 3. $4 < k < 16$.
4. א. $x \neq \pm\sqrt{3}$. 2. חיוביות: $\sqrt{3} < x < 0$, $-\sqrt{3} < x < 0$; שליליות: $0 < x < \sqrt{3}$, $x < -\sqrt{3}$.

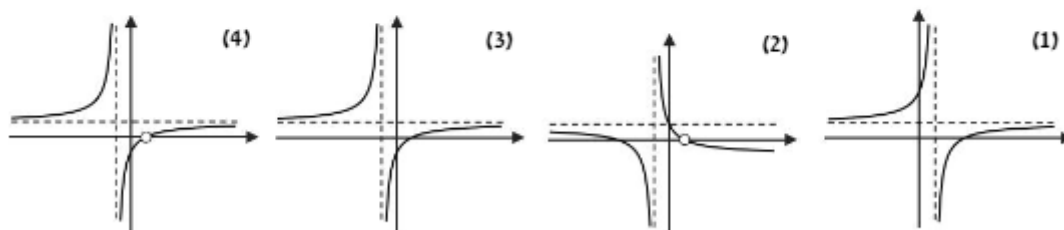
ב. II. ד. ii. $\max(-3, -4.5)$, $\min(3, 4.5)$.

נקודות אי רציפות סליקה בגרף הפונקציה ("חור")

4. א. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2-1}$. עבור כל טענה, קבעו אם היא נכונה או שגויה. נמקו:

- i. תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא: $x \neq -1$ ו- $x \neq 1$.
- ii. לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות אי רציפות סליקה ("חור") עבור $x = -1$.
- iii. לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון.
- iv. הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום: $x > -1$.
- v. הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום: $x < -1$.
- vi. הישר $x = 1$ הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה $f(x)$.
- vii. הישר $y = 1$ הוא אסימפטוטה אופקית לגרף הפונקציה $f(x)$.

ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים מתאר את הפונקציה $f(x)$:



- ג. מצאו עבור אילו ערכי p , הישר $y = p$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצאו עבור אילו ערכי t , הישר $x = t$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

5. בסעיפים הבאים הפונקציות מוצגות לפני צמצום אלגברי. מצאו את הפרמטרים בעזרת הנתונים:

א. לפונקציה: $f(x) = \frac{4x^2 - a}{x^2 + 5x - 6}$ יש נקודת אי רציפות סליקה בנקודה $x = 1$.

ב. לפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - ax + 2}{x^2 - bx + 6}$ יש נקודת אי רציפות סליקה בנקודה $x = 2$.

ג. לפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2 + mx - 54}{x^2 - 2x + p}$ יש אסימפטוטה אנכית $x = 3$ וגם נקודת אי רציפות סליקה.

תשובות:

4. א. i. נכונה. ii. שגויה. iii. נכונה. iv. שגויה. v. נכונה. vi. שגויה. vii. נכונה.

ב. גרף (4). ג. $p = 0$ או $p = 1$. ד. $t = 1$ או $t = -1$.

5. א. $a = 4$. ב. $a = 3, b = 5$. ג. $m = -52, p = -3$.

פונקציית מנה - אנליזה

1. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x^3 + 12 - x^2}{x^3} - 3$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

4. תחומי העלייה והירידה.

5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו עבור אילו ערכי k יהיו לישר $y = k$ שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$.

2. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{9x^2}{x^2 + x - 2}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. שיעורי נקודות הקיצון וסוגן.

4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הגדירו את הפונקציה החדשה: $g(x) = f(x) + 1$. עבור כל טענה, קבעו אם היא נכונה או שגויה:

i. נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

ii. גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את הצירים בשלוש נקודות.

iii. לגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש את אותן האסימפטוטות.

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x - 10}$, $(0 < a)$.

המרחק בין שתי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x הוא 12 יח'.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. ערכו של a ואת תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

4. תחומי העלייה והירידה.

5. האסימפטוטה האנכית.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. דרך נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ עוברים שני ישרים המקבילים לציר ה- y .

שני ישרים אלו יוצרים ריבוע עם ציר ה- x והישר $y = p^2$. מצאו את ערכי האפשריים של p .

4. שתיים מהאסימפטוטות של הפונקציה: $f(x) = a + \frac{2x^2 - x - 62}{b - x^2}$ נחתכות בנקודה $(6, 0)$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. ערכם של a ו- b ואת תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
4. תחומי העלייה והירידה.
5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$.

1. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של גרף $g(x)$ וקבעו את סוגן.

2. פתרונות המשוואה: $g(x) = 1$ הם x_1, x_2, x_3, x_4 .

קבעו האם המכפלה $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ היא חיובית או שלילית. נמקו את תשובתכם.

5. נקודת הקיצון של גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2 - 4a}{x^2 - 1}$ ($a \neq 0$) נמצאת על הישר $y = 4$.

א. קבעו האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית. נמקו.

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. הפרמטר a ואת תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגה.
3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצאו באילו תחומים מתקיים: $0 < f'(x) \cdot f(x)$.

6. אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה: $f(x) = b + \frac{x^2 + a}{x^2 + x - 2}$ נמצאת בראשית הצירים.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. הפרמטרים a ו- b ואת תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. שיעורי נקודת החיתוך עם הצירים.
4. תחומי העלייה והירידה.
5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) + p$.

מצאו את p שבעבורו תהיה לגרף הפונקציה $g(x)$ נקודת השקה לציר ה- x .

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + 2xp + p^2}{x^2 + 2p^2}$ ($0 < p$). א.

- א. היעזרו בפרמטר p , במידת הצורך ומצאו עבור הפונקציה $f(x)$ את:
1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 5. האסימפטוטה האופקית.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ ולפיו קבעו כמה פתרונות יש למשוואה:
1. $f''(x) = 0$
 2. $f'''(x) = 0$

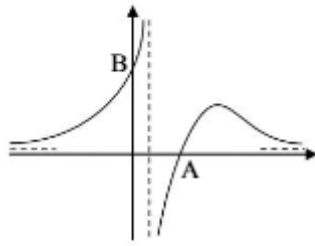
8. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x + 5a}{x^2 - a^2}$ ($0 < a$). א.

- א. היעזרו בפרמטר a , במידת הצורך ומצאו עבור הפונקציה $f(x)$ את:
1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף:
1. הפונקציה $f(x)$.
 2. הנגזרת $f'(x)$.
- ג. הגרפים של הפונקציה $f(x)$ ושל הנגזרת $f'(x)$ חותכים את ציר ה- y בנקודות A ו-B בהתאמה. מצאו עבור אילו ערכי a תמצא הנקודה B בין ראשית הצירים לבין הנקודה A.

9. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 5a^2}{(x^2 - a^2)^2}$ ($0 < a$). א.

- א. היעזרו בפרמטר a , במידת הצורך, ומצאו עבור הפונקציה $f(x)$ את:
1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) \cdot \frac{x - 2a}{x - 2a}$. הסבירו במה שונים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

10. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a-bx}{(x-1)^2}$. בשרטוט מופיע גרף הנגזרת



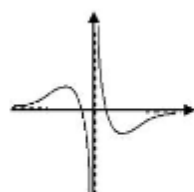
$f'(x)$ אשר חותך את הצירים בנקודות $A(3,0)$ ו- $B(0,12)$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. הפרמטרים a ו- b ותחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודת הקיצון ואת סוגה.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = \frac{8-4 \cdot (3x)}{(3x-1)^2}$. מבלי לגזור את הפונקציה $g(x)$, חשבו את המרחק בין נקודת הקיצון שלה לבין נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$. נמקו את תשובתכם.

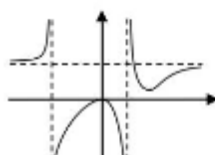
תשובות:



1. א. $x \neq 0$ 2. $\max(-6, \frac{1}{9}), \min(6, -\frac{1}{9})$ 3. $(-3.46, 0), (3.46, 0)$

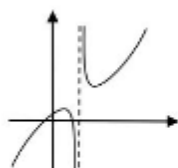
4. עולה: $6 < x$ או $x < -6$; יורדת: $0 < x < 6$ או $-6 < x < 0$

5. $x=0, y=0$ ב. השרטוט משמאל. ג. $k=0$ או $k=-\frac{1}{9}$ או $k=\frac{1}{9}$



1. א. $x \neq -2, 1$ 2. $(0, 0)$ 3. $\max(0, 0), \min(4, 8)$ 4. $x=-2, x=1, y=9$

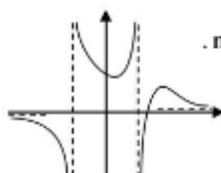
ב. השרטוט משמאל. ג. i. נכונה. ii. נכונה. iii. שגויה.



1. א. $a=6$, תחום ההגדרה: $x \neq 10$ 2. $f''(x), \max(2, 4)$

3. $(-6, 0), (0, 3.6), (6, 0)$ 4. עולה: $18 < x$ או $x < 2$

יורדת: $2 < x < 10$ או $10 < x < 18$ 5. $x=10$ ב. השרטוט משמאל. ג. $p=\pm 4$

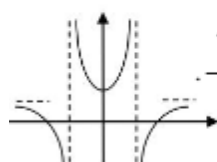


1. א. $a=2, b=36$, תחום ההגדרה: $x \neq \pm 6$ 2. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + px + 9}}, \min(2, 0.25)$

3. $(0, 0.27), (10, 0)$ 4. עולה: $6 < x < 18$ או $2 < x < 6$

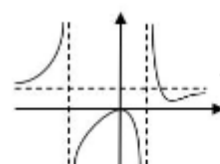
יורדת: $x > 18$ או $-6 < x < 2$ או $x < -6$ 5. $x=-6, x=6, y=0$

ב. השרטוט משמאל. ג. 1. $\min(18, 0.02), \min(10, 0), \min(2, 0.25)$ 2. חיובית.



1. א. זוגית. ב. 1. $a=1$, תחום ההגדרה: $x \neq \pm 1$ 2. $\min(0, 4)$ 3. $(-2, 0), (2, 0), (0, 4)$

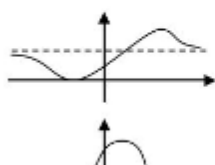
4. $x=-1, x=1, y=1$ ג. השרטוט משמאל. ד. $2 < x$ או $0 < x < 1$ או $-2 < x < -1$



1. א. $a=0, b=0$, תחום ההגדרה: $x \neq -2, 1$ 2. $\max(0, 0), \min(4, 0.88)$

3. $(0, 0)$ 4. עולה: $x < -2$ או $-2 < x < 0$ או $4 < x$; יורדת: $1 < x < 4$ או $0 < x < 1$

5. $x=-2, x=1, y=1.5$ ב. השרטוט משמאל. ג. $p=0$ או $p=-0.88$

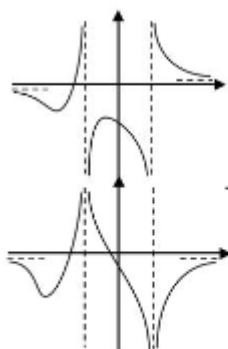


1. א. כל x. 2. $\min(-p, 0), \max(2p, 1.5)$ 3. $(-p, 0), (0, 0.5)$

4. עולה: $-p < x < 2p$, יורדת: $x < -p$ או $x > 2p$

5. $y=1$ ב. השרטוט העליון משמאל.

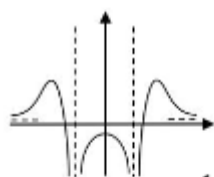
ג. השרטוט התחתון משמאל. 1. שלושה פתרונות. 2. ארבעה פתרונות.



8. א. 1. $x \neq \pm a$ 2. $\min(-2a, -\frac{1}{a}), \max(-\frac{a}{2}, -\frac{4}{a})$ 3. $(-\frac{5a}{4}, 0), (0, -\frac{5}{a})$

4. עולה: $-\frac{a}{2} < x < a$ או $x < -2a$; יורדת: $-2a < x < -a$ או $-a < x < -\frac{a}{2}$

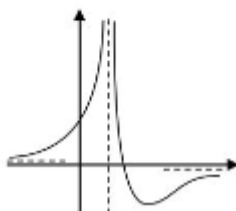
או $a < x$ 5. $x = \pm a, y = 0$ ב. 1. השרטוט העליון. 2. השרטוט התחתון. ג. $0.8 < a$



9. א. 1. $x \neq \pm a$ 2. $\max(-3a, \frac{1}{16a^2}), \max(0, -\frac{5}{a^2}), \max(3a, \frac{1}{16a^2})$

3. $(0, -\frac{5}{a^2}), (-a\sqrt{5}, 0), (a\sqrt{5}, 0)$ 4. $(\frac{\pi}{6}, -2)$ ב. השרטוט משמאל.

ג. ההבדל הוא שבגרף הפונקציה $g(x)$ יש נקודת אי רציפות סליקה ("חור") שהיא $(2a, -\frac{1}{9a^2})$.

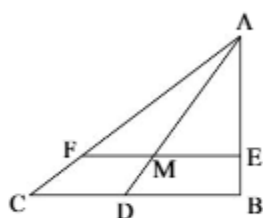


10. א. 1. $b = 4, a = 8$ תחום ההגדרה: $x \neq 1$ 2. $\min(3, -1)$

3. $(0, 8), (2, 0)$ 4. $y = 0, x = 1$ ב. השרטוט משמאל. ג. 2 יח'.

פרופורציה ודמיון במצולעים - שאלות ללא מעגל

השאלות בפרק מהוות חזרה על החומר הלימודי של כיתה י', וכוללות שימוש אינטגרטיבי במשפט תאלס ובהרחבותיו, במשפט חוצה הזווית במשולש ובמשפטי הדמיון.



1. המשכי שוקי הטרפז BCFE נחתכים בנקודה A. הנקודה D נמצאת

על הבסיס BC כך שהקטעים AD ו-FE נחתכים בנקודה M.

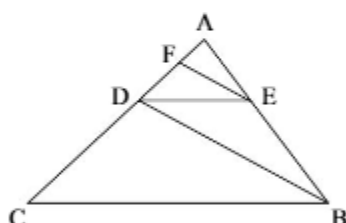
א. הוכיחו: $\frac{EM}{BD} = \frac{MF}{CD}$.

ב. נתון: $BC = 16$ ס"מ, $EM = 6.75$ ס"מ, $AE = 3BE$.

חשבו את אורכי הקטעים MF ו-CD.

ג. נתון: $AB = 12$ ס"מ, $AE \perp EF$.

חשבו את היקף המשולש $\triangle AFM$.



2. הנקודות D, E ו-F נמצאות על צלעות המשולש $\triangle ABC$

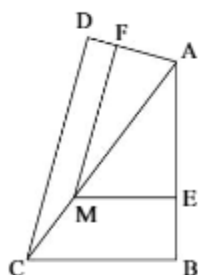
כך ש: $DE \parallel BC$, $EF \parallel BD$, $AC = 12.5$ ס"מ, $AB = 10$ ס"מ,

$AE = 4$ ס"מ.

חשבו את:

א. אורכי הקטעים AF ו-DF.

ב. היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABCD}}$.



3. הצלע AC היא יתר משותף לשני המשולשים ישרי הזווית $\triangle ABC$ ו- $\triangle ACD$.

מהנקודה M הנמצאת על הצלע AC מורידים את האנכים MF ו-ME לצלעות

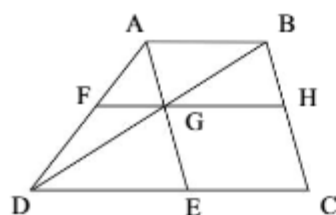
AD ו-AB בהתאמה.

א. הוכיחו: $\frac{AF}{DF} = \frac{AE}{BE}$.

ב. הוכיחו: $\frac{MF}{CD} = \frac{ME}{BC}$.

ג. נתון: $AF = 2$ ס"מ, $AD = 3$ ס"מ, $BC = 4.5$ ס"מ, $AB = 6$ ס"מ.

חשבו את שטח הטרפז BCME.



4. הנקודות F ו-H נמצאות על שוקי הטרפז ABCD כך ש: $AB \parallel FH$.

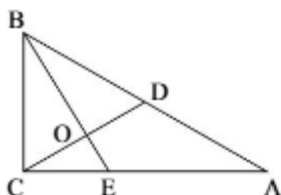
המשך הקטע AG חותך את הבסיס CD בנקודה E.

הקטעים FH, BD ו-AE נחתכים בנקודה G. נתון: $AE \parallel BC$.

א. הוכיחו: $BH \cdot DE = CH \cdot CE$.

ב. הוכיחו: $\frac{AB}{DE} = \frac{AF}{DF}$.

ג. מעבירים את האלכסון AC ואת קטע EF. הוכיחו: $EF \parallel AC$.



5. במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$),

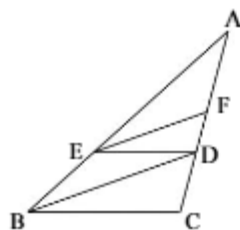
חוצה הזווית BE והתיכון CD נחתכים בנקודה O.

נתון: $BC = 66$ ס"מ, $AB = 110$ ס"מ. חשבו את:

א. אורך התיכון CD.

ב. אורכי הקטעים AE ו-CE.

ג. אורך הקטע DO.



6. הנקודות D ו-E נמצאות על צלעות המשולש $\triangle ABC$

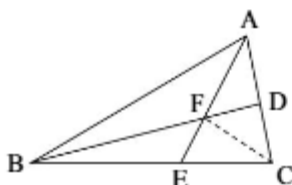
כך ש: $DE \parallel BC$. הקטעים BD ו-EF חוצים את הזווית $\angle ABC$

ו- $\angle AED$. בהתאמה.

א. הוכיחו: $\frac{AE}{BE} = \frac{AB}{BC}$.

ב. נתון: $AB = 18a$, $BC = 9a$. הביעו באמצעות a את אורך הקטע DE.

ג. נתון: $AC = 15a$. הביעו באמצעות a את אורך הקטע AF.



7. הנקודות D ו-E נמצאות על צלעות המשולש $\triangle ABC$

כמתואר בשרטוט. נתון: $BE = AC$, $BE = 2CE$.

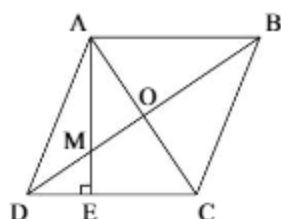
היקף המשולש $\triangle ABC$ הוא 63 ס"מ.

הצלע AB ארוכה ב-14 ס"מ מהצלע AC.

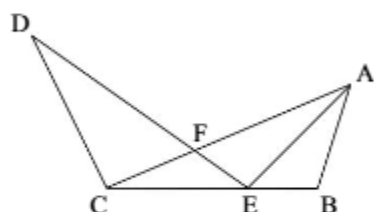
א. חשבו את אורך הקטע CE.

ב. הוכיחו: הקטע AE חוצה את הזווית $\angle BAC$.

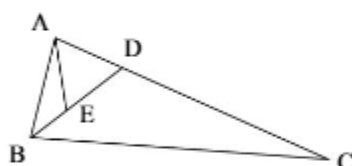
ג. הקטעים AE ו-BD נחתכים בנקודה F. נתון: $\frac{AC}{CE} = \frac{AF}{EF}$. חשבו את אורך הקטע AD.



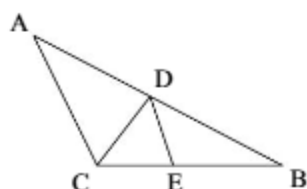
8. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.
הגובה AE חותך את האלכסון BD בנקודה M.
א. הוכיחו: $\triangle ABO \sim \triangle MAO$.
ב. נתון שהיקף המעוין ABCD הוא 80 ס"מ, $AC = 24$ ס"מ.
חשבו את אורך הקטע MO.
ג. הוכיחו: $\triangle MAO \sim \triangle MDE$.
ד. חשבו את אורך הקטע DE.



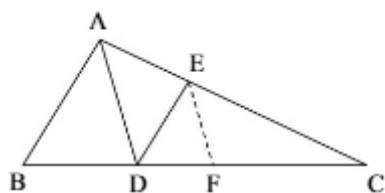
9. הקטע AE הוא חוצה הזווית $\angle BAC$ במשולש $\triangle ABC$.
הקטעים DE ו-AC נחתכים בנקודה F.
נתון: $DE = 50$ ס"מ, $AC = 40$ ס"מ, $BC = 28$ ס"מ, $AB = 2BE$.
היקף המשולש $\triangle CDE$ הוא 105 ס"מ.
א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ECD$.
ב. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle EFC$.
ג. חשבו את היקף המשולש $\triangle EFC$.



10. הקטע BD הוא חוצה הזווית $\angle ABC$ במשולש $\triangle ABC$.
הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלע AC ועל חוצה הזווית BD כך שהמשולש $\triangle ADE$ הוא שווה צלעות.
א. הוכיחו: $\frac{DE}{CD} = \frac{AB}{BC}$.
ב. נתון: $AE = k$, $CD = 3k$. הביעו באמצעות k את אורך הקטע BE.
ג. נתון: שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 72 סמ"ר.
חשבו את שטח המשולש $\triangle ABE$.



11. במשולש $\triangle ABC$ הקטע CD הוא חוצה הזווית $\angle ACB$.
הנקודה E נמצאת על הצלע BC כך שמתקיים: $DE \parallel AC$.
א. הוכיחו: $BC \cdot CE = AC \cdot BE$.
ב. נסמן: $BE = m$, $AC = 2m$.
הביעו באמצעות m את אורך הקטע DE.
ג. הוכיחו: $AB \perp CD$.



12. בשרטוט שלפניכם נתון: $\frac{AC}{BC} = \frac{EC}{DC}$.

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle EDC$.

ב. הוכיחו: $AB \parallel ED$.

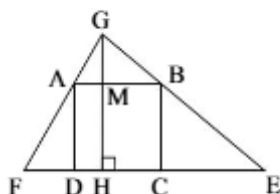
ג. נתון: $AB = 9$ ס"מ, $EC = 12$ ס"מ, $AE = DE$.

חשבו את אורך הצלע AC.

ד. נתון: הקטע EF חוצה את הזווית $\angle DEC$.

הוכיחו: הקטע AD חוצה את הזווית $\angle BAC$.

ה. נתון: $EF = 5\frac{1}{3}$ ס"מ. חשבו את אורך חוצה הזווית AD.



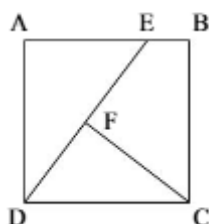
13. במשולש $\triangle EFG$ חסום הריבוע ABCD כמתואר בשרטוט.

הגובה GH חותך את הקטע AB בנקודה M.

נתון: $CE = 6$ ס"מ, $DF = 2$ ס"מ, $MG = 2$ ס"מ. חשבו את:

א. שטח הריבוע ABCD.

ב. שטח המשולש $\triangle CEM$.



14. הנקודה E נמצאת על הצלע AB בריבוע ABCD.

הנקודה F נמצאת על הקטע DE. נתון: $DE \perp CF$.

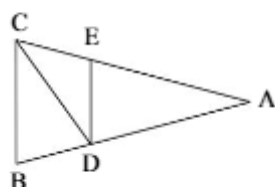
א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle FCD$.

ב. נתון: $AE = 15$ ס"מ, $DF = 12$ ס"מ.

שטח המשולש $\triangle ADE$ גדול ב-54 סמ"ר משטח המשולש $\triangle FCD$.

חשבו את שטח המשולש $\triangle ADE$.

ג. חשבו את שטח המרובע BCFE.



15. המשכי שוקי הטרפז BCED נחתכים בנקודה A.

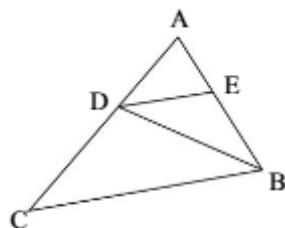
שטח הטרפז BCED גדול פי 1.25 משטח המשולש $\triangle ADE$.

נתון: $BC = 3b$, $AC = 6b$.

א. הוכיחו: הקטע CD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$.

ב. נתון: $AB = AC$.

קבעו איזה מההיסקים - של המשולש $\triangle ADE$ או של הטרפז BCED - הוא גדול יותר. נמקו.



22. (*) במשולש $\triangle ABC$ הקטע DE מקביל לצלע BC .

הקטע BD הוא חוצה הזווית $\angle ABC$.

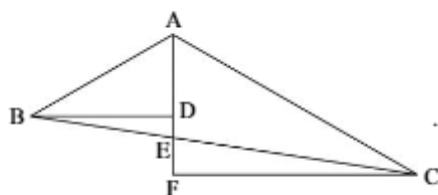
הנקודה E שעל הצלע AB מרוחקת במידה שווה מהקטעים AD ו- BD .

א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABD$.

ב. הוכיחו: $AD = \sqrt{AB \cdot AE}$.

ג. נתון: $AE = 16k$, $BD = 30k$. הצלע BC ארוכה ב- $25k$ מהקטע DE .

הביעו באמצעות k את אורכי הקטעים: 1. DE 2. AD 3. BC .



23. (*) הנקודה E נמצאת על הצלע BC במשולש $\triangle ABC$.

מהקודקודים B ו- C מורידים אנכים לקטע AE ולהמשכו

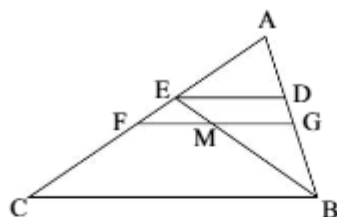
כך שמתקיים: $BD \perp AF$, $CF \perp AF$. נתון:

$AD = 12$ ס"מ, $AB = 24$ ס"מ, $DF = 8$ ס"מ, $AC = 40$ ס"מ.

א. הוכיחו: הקטע AE חוצה את הזווית $\angle BAC$.

הדרכה: אין צורך לחשב את אורכי הקטעים BD ו- CF .

ב. נתון: $BC = 56$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע BE .



24. (*) במשולש $\triangle ABC$ הקטע BE הוא חוצה הזווית $\angle ABC$,

הקטע FG הוא קטע אמצעים והקטע DE מקביל לצלע BC .

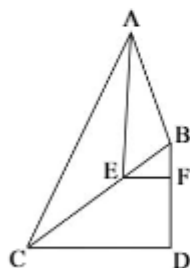
א. הוכיחו: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{BD}$.

ב. נתון: $AB = FG$. נסמן: $CF = a$.

הביעו באמצעות a את אורך הקטע AE .

ג. הקטעים BE ו- FG נחתכים בנקודה M . דרך הנקודות A ו- M מעבירים ישר החותך את הצלע BC

בנקודה N . הוכיחו: $\angle BMN = 90^\circ$.



25. (**) הנקודות F ו- E נמצאות בהתאמה על היתר BC ועל הניצב BD במשולש ישר

הזווית $ABCD$. במשולש $\triangle ABC$ הקטע AE הוא חוצה זווית. נתון: $EF \parallel CD$.

א. הוכיחו: $AB \cdot DF = AC \cdot BF$.

ב. על הצלע BC בונים ריבוע. בעזרת אורכי הצלעות AB ו- AC , שהם קבועים

וידועים, ניתן להסיק שטוח הערכים האפשריים של שטח הריבוע הוא:

$900 < S < 100$ סמ"ר, ורק ערכים אלו.

מצאו את אורכי הצלעות AB ו- AC , בהינתן שהצלע AC ארוכה יותר.

ג. נתון: $BF = 3p$, $EF = 4p$. נתון שטוח הערכים האפשריים של היקף המשולש $\triangle ABC$ הוא:

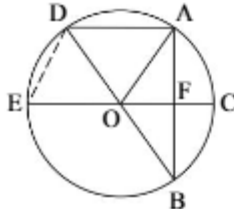
$60 \leq P_{\triangle ABC} \leq 45$ ס"מ. מצאו את טווח הערכים האפשריים של שטח הטרפז $CDFE$.

- תשובות: 1) ב. 7 ס"מ = CD, 5.25 ס"מ = MF, ג. 31.5 ס"מ. 2) א. 2 ס"מ = AF, 3 ס"מ = DF, ב. $\frac{2}{3}$.
- 3) ג. 7.5 סמ"ר. 5) א. 55 ס"מ. ב. 33 ס"מ = CE, 55 ס"מ = AE, ג. 25 ס"מ. 6) ב. 6a, ג. $\frac{2}{3}a$.
- 7) א. 7 ס"מ. ג. 8 ס"מ. 8) ב. 9 ס"מ. ד. 5.6 ס"מ. 9) ג. 42 ס"מ. 10) ב. 0.5k, ג. 6 סמ"ר. 11) ב. m.
- 12) ג. 18 ס"מ. ה. 8 ס"מ. 13) א. 16 סמ"ר. ב. 12 סמ"ר. 14) ב. 150 סמ"ר. ג. 154 סמ"ר.
- 15) ב. היקף המשולש $\triangle ADE$. 16) ב. 12k, ג. 1 ס"מ. 17) א. 0.5, ב. 1, 60 סמ"ר. 2. 144 סמ"ר.
- 21) א. 0.8, ב. 30 ס"מ. 22) ג. 1, 20k, 2. 24k, 3. 45k. 23) ב. 21 ס"מ. 24) ב. $\frac{2}{3}a$, AE.
- 25) ב. 20 ס"מ = AC, 10 ס"מ = AB, ג. $48 \leq S \leq 192$ סמ"ר.

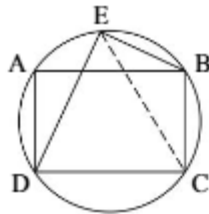
גיאומטריה במעגל - שאלות

השאלות בפרק זה כוללות שימוש אינטגרטיבי במשפטי המעגל, במשפט תאלס ובהרחבותיו, במשפט חוצה הזווית במשולש ובמשפטי הדמיון.

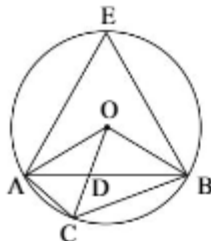
שאלות ללא פרופורציה ודמיון



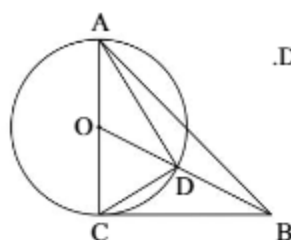
1. הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה O וקטריו BD ו-CE.
 - הקוטר CE חותך את המיתר AB בנקודה F.
 - נתון: $CF = 2$ ס"מ, $BO = 5$ ס"מ, $AF = BF$.
 - א. חשבו את היקף המשולש $\triangle ADO$.
 - ב. הוכיחו: המרובע AFOD הוא טרפז ישר זווית.
 - ג. חשבו את היקפו ואת שטחו של הטרפז AFOD.
 - ד. הורידו אנך מהנקודה D לרדיוס EO וחשבו את אורך המיתר DE.



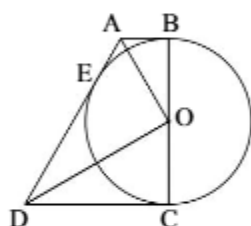
2. המלבן ABCD חסום במעגל כך שהאלכסון AC הוא קוטר.
 - הנקודה E נמצאת על המעגל כמתואר בשרטוט.
 - א. מצאו בשרטוט זווית ישרה שאינה אחת מזוויות המלבן.
 - ב. נתון: $BE = 12$ ס"מ.
 - אילו מהנתונים הבאים יכול לסייע לנו לחשב את אורך רדיוס המעגל?
 - i. אורך BC ii. אורך CE iii. אורך AB iv. אורך DE
 - ג. נתון: $DE = 16$ ס"מ. חשבו את שטח העיגול.
 - ד. אילו מהנתונים הבאים יכולים לסייע לנו לחשב את היקף המלבן? אין צורך לחשב:
 - i. $\angle BCE = 30^\circ$ ii. $\angle DEC = \angle DCE$ iii. $\angle BEC = \angle BCE$ iv. $CD = 13$ ס"מ



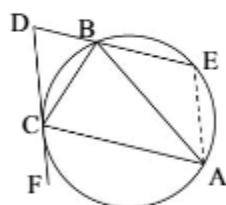
3. הנקודות A, B, C ו-E נמצאות על מעגל שמרכזו בנקודה O. הרדיוס CO והמיתר AB נחתכים בנקודה D. נתון: $\angle ABC = 20^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$.
 - א. חשבו את גודל הזוויות $\angle AEB$ ו- $\angle BAO$.
 - ב. מהו מיקום הנקודה E שעבורו שטח המשולש $\triangle ABE$ הוא מקסימלי? הסבירו את תשובתכם.
 - ג. רון טען שהמשולש $\triangle ABE$ הוא בהכרח שווה צלעות. האם הוא צודק? הסבירו את תשובתכם.
 - ד. נתון: $\angle EAO = 30^\circ$. הוכיחו: $AE = BE$.



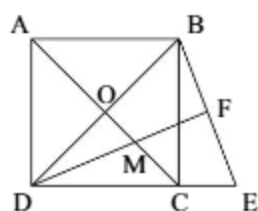
4. נתון המשולש ישר הזווית ושווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AC \perp BC$). הנקודה O היא מרכז מעגל שקוטרו AC. המעגל חותך את BO בנקודה D.
- הוכיחו: הקשת הקצרה AD חוצה את היתר AB.
 - נסמן: $\angle CAD = \alpha$. הביעו באמצעות α את הזוויות:
 - $\angle BAD$
 - $\angle ABD$
 - עבור כל טענה קבעו אם היא נכונה או שגויה. נמקו:
 - ייתכן שמתקיים: $\angle BAD = \angle CBO$.
 - ייתכן שמתקיים: $\angle CDO = \angle BAD$.
 - לא ניתן להרכיב משולש שזוויותיו הן: $\angle ADB$, $\angle ABD$ ו- $\angle BDC$.



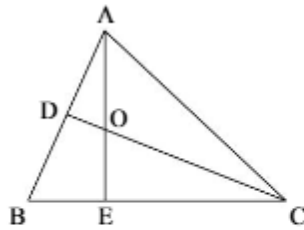
5. הקטעים AB, AD ו-CD משיקים למעגל שמרכזו O בנקודות B, E ו-C. הקטע BC הוא קוטר במעגל.
- הוכיחו: $\angle AOD = 90^\circ$.
 - עבור כל טענה, קבעו אם היא נכונה או שגויה. נמקו את תשובתכם.
 - $\triangle ADO \cong \triangle ODC$
 - $DC^2 + CO^2 < DO^2 + AO^2$
 - נתון: $\angle AOB = 30^\circ$, $AB = m$. עבור כל טענה, קבעו אם היא נכונה או שגויה. הסבירו.
 - $CD = 3m$
 - $AD = 3.5m$
 - $OE = \sqrt{3}m$



6. במעגל חסום המשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$). דרך C עובר המשיק DF. המשך הקטע BD חותך את המעגל בנקודה E.
- נתון: $AC \parallel DE$.
 - הוכיחו: המשולש $\triangle ABCD$ הוא משולש שווה שוקיים.
 - הוכיחו: המרובע CBEA הוא טרפז שווה שוקיים.
 - הוכיחו: $AE \parallel CD$.
 - נתון: $BE = AE$. חשבו את זוויות הטרפז CBEA.



7. אלכסוני הריבוע ABCD נחתכים בנקודה O. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע CD. הקטע DF הוא התיכון לבסיס במשולש שווה השוקיים $\triangle BDE$. הוכיחו שהנקודה M היא מרכז המעגל:
- החוסם את המשולש $\triangle BDE$.
 - החסום במשולש $\triangle ABCD$.



8. נתון המשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AC = BC$).

התיכון CD והגובה AE נחתכים בנקודה O.

א. הוכיחו: המרובע BEOD הוא בר חסימה.

ב. קבעו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו מדוע:

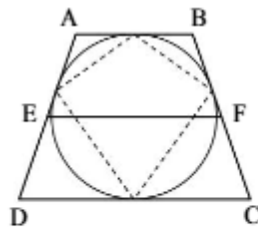
i. לא ייתכן שמתקיים: $\angle DEO = \angle DBO$

ii. בהכרח שמתקיים: $\angle DEO = \angle DBO$

iii. ללא נתונים נוספים לא ניתן לקבוע אם: $\angle DEO = \angle DBO$

ג. הנקודה M נמצאת על הקטע BE בין הנקודות B ו-E.

האם ייתכן ש: $\angle DMO = \angle DBO$? הסבירו.



9. (*) הקטע EF הוא קטע אמצעים בטרפז שווה השוקיים ABCD

החוסם מעגל. נתון שנקודות ההשקה של המעגל לבסיסי הטרפז

חוצות את הבסיסים.

א. הוכיחו: קטע האמצעים EF שווה באורכו לשוק הטרפז.

ב. מחברים את 4 נקודות ההשקה של המעגל והטרפז זו לזו כך שמתקבל מרובע. האם ניתן לחסום מעגל במרובע המתקבל? נמקו.

ג. מרכז המעגל O הוא אמצע הקטע EF.

עבור כל טענה, קבעו אם היא נכונה או שגויה. נמקו:

i. הקטע BO חוצה את הזווית $\angle ABC$.

ii. המשולש $\triangle BOC$ הוא שווה שוקיים.

iii. המשולש $\triangle BOC$ הוא ישר זווית.

iv. מתקיים: $BO = OF = CO$.

v. הנקודה F היא מרכז המעגל החוסם את המשולש $\triangle BOC$.

תשובות:

1. א. 16 ס"מ. ג. היקפו 18 ס"מ ושטחו 18 סמ"ר. ד. 4.47 ס"מ $= \sqrt{20}$. 2. א. $\angle BED$. ב. iv.

ג. $100\pi = 314.16$ סמ"ר. ד. ii, iii, iv. 3. א. $\angle AEB = 60^\circ$, $\angle BAO = 30^\circ$. ב. כאשר הנקודה E

נמצאת באמצע הקשת AB הארוכה. ג. רון טועה. במשולש $\triangle ABE$ ידוע ש: $\angle AEB = 60^\circ$ אך אין מידע

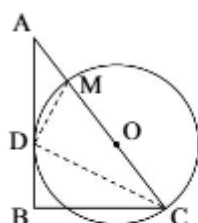
נוסף לגבי זוויות וצלעות במשולש. 4. ב. 1. $45^\circ - \alpha$. 2. $2\alpha - 45^\circ$. ג. i. שגויה. ii. שגויה. iii. נכונה.

5. ב. i. שגויה. ii. נכונה. ג. i. נכונה. ii. שגויה. iii. נכונה. 6. ד. $\angle CAE = \angle ACB = 72^\circ$.

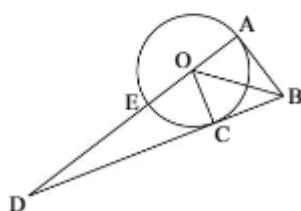
7. $\angle CBE = \angle AEB = 108^\circ$. 8. ב. ii. ג. לא ייתכן. 9. ב. מתקבל דלתון וניתן לחסום בו מעגל.

ג. i. נכונה. ii. שגויה. iii. נכונה. iv. שגויה. v. נכונה.

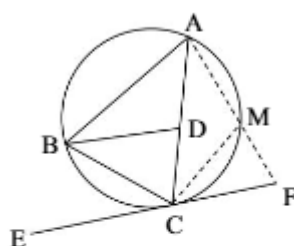
שאלות הכוללות פרופורציה דמיון



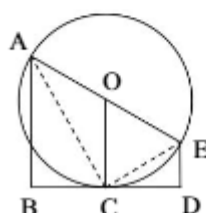
1. במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ ($AB \perp BC$) הניצב AB משיק בנקודה D למעגל שמרכזו O . הקודקוד C נמצא על היקפו של אותו מעגל. היתר AC חותך את המעגל בנקודה M . נתון: $AB = 32$ ס"מ, $AC = 40$ ס"מ. חשבו את:
- אורך AD .
 - אורך AM .
 - שטח המרובע $BDOC$.



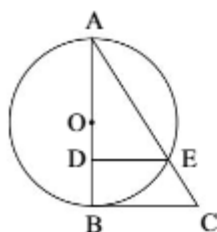
2. מהנקודה B , הנמצאת מחוץ למעגל שמרכזו בנקודה O , יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות A ו- C . המשך הקטע AO חותך את המעגל בנקודה E ואת המשך המשיק BC בנקודה D .
- הוכיחו: $\angle COD = 2 \cdot \angle ABO$.
 - נתון: $DE = 54$ ס"מ, $CD = 72$ ס"מ. חשבו את היקף המעגל.
 - עבור כל טענה קבעו אם היא נכונה או שגויה. הסבירו:
 - המרובע $ABCO$ בר חסימה במעגל.
 - ניתן לחסום מעגל במרובע $ABCO$.



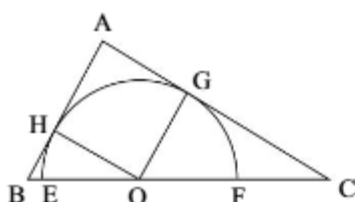
3. הקטע BD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$ החסום במעגל. הקטע EF משיק למעגל בנקודה C . הקטע AF חותך את המעגל בנקודה M . נסמן: $\angle CAM = \alpha$. נתון: $CM = AM$.
- הוכיחו: המיתר CM חוצה את הזווית $\angle ACF$.
 - הוכיחו: $\angle CMF = 2 \cdot \angle CBD$.
 - נתון: המיתר AC חוצה את הזווית $\angle BCF$, $BC = 21$ ס"מ, $CD = 12$ ס"מ. חשבו את היקף המשולש $\triangle ABC$.



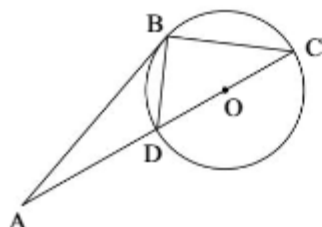
4. הנקודה O היא מרכז מעגל שקוטרו AE . AB ו- DE הם אנכים לקטע BD המשיק למעגל בנקודה C .
- הוכיחו: $AB \cdot DE = BC \cdot CD$.
 - נתון: $DE = 2$ ס"מ, $CD = 4$ ס"מ. חשבו את שטח:
 - המעגל.
 - המשולש $\triangle ACE$.



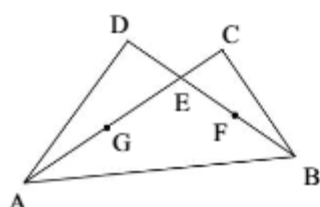
5. הקטע BC משיק בנקודה B למעגל שקוטרו AB ואורך רדיוסו 13 ס"מ.
 הנקודה O היא מרכז המעגל. הקטע AC חותך את המעגל בנקודה E.
 הנקודה D נמצאת על הקוטר AB כך שמתקיים: $BC \parallel DE$.
 נתון ששטח הטרפז BCED הוא 88t ושטח המשולש $\triangle ADE$ הוא 81t.
 חשבו את:
 א. אורך הקטע DO. ב. שטח המשולש $\triangle AEO$.



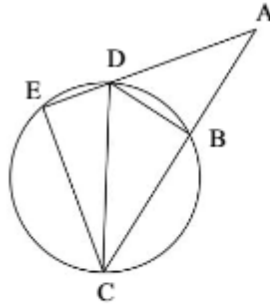
6. במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ ($\angle BAC = 90^\circ$) חסום חצי מעגל שמרכזו O. שטח חצי המעגל הוא 648π סמ"ר. צלעות המשולש נפגשות עם חצי המעגל בנקודות E, F, G, H-ו-כמתואר בשרטוט.
 א. הוכיחו: המרובע AGOH הוא ריבוע.
 ב. נתון: המשיק CG אורך ב-21 ס"מ מהמשיק BH. חשבו את שטח המשולש $\triangle ABC$.
 ג. חשבו את השטח הכלוא בין הקשת GH לבין המשיקים AG ו-AH.



7. מהנקודה A יוצא קטע המשיק בנקודה B למעגל שהיקפו 70π ס"מ, וישר החותך את המעגל בנקודות C ו-D ועובר דרך הנקודה O שהיא מרכז המעגל.
 א. הוכיחו: $\triangle ABD \sim \triangle ACB$.
 ב. נתון: $BC = 56$ ס"מ. חשבו את היקפו ואת שטחו של המשולש $\triangle ABD$.
 ג. הנקודה M נמצאת על הקוטר CD כך ששטח המשולש $\triangle BDM$ גדול משטח המשולש $\triangle BCM$.
 אך קטן משטח המשולש $\triangle ABD$. מצאו באיזה תחום מספרי נמצא אורך הקטע DM.



8. המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle ABD$ הם ישרי זווית ובעלי יתר משותף AB. ניצביהם נחתכים בנקודה E, כמתואר בשרטוט.
 א. הוכיחו: הנקודות A, B, C ו-D-ו-על אותו מעגל.
 ב. נתון: הנקודות F ו-G הן אמצעי הקטעים BE ו-AE בהתאמה.
 הוכיחו: $\triangle DEG \sim \triangle CEF$.
 ג. הוכיחו: $\triangle DCE \sim \triangle GFE$.
 ד. הוכיחו: ניתן לחסום במעגל את המרובע CDGF.



9. מהנקודה A יוצאים שני קטעים החותכים את המעגל בנקודות

D, C, B ו- E כמתואר בשרטוט.

א. הוכיחו: $\triangle ABD \sim \triangle AEC$.

ב. נתון ששטח המרובע BCED גדול פי 3 משטח המשולש $\triangle ABD$.

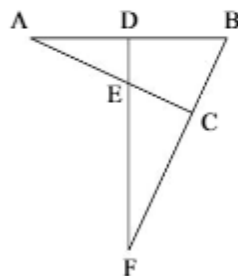
חשבו את היחס: $\frac{CE}{BD}$.

ג. נתון: $CE = AD$, $3 \text{ ס"מ} = AB$.

היקף המרובע BCED הוא 13 ס"מ. חשבו את אורך AD.

ד. הנקודות M ו-N נמצאות על הקטע CD כך שהמיתר CD מאונך לקטעים BM ו-EN.

חשבו את היחס: $\frac{EN}{BM}$.



10. הנקודה D היא אמצע היתר AB במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$.

נתון: $DF \perp AB$. הקטעים AC ו-DF נחתכים בנקודה E.

נתון: $EF = 6a$, $DE = 2a$.

א. הביעו באמצעות a את שטח המשולש $\triangle ADE$.

ב. הוכיחו: הנקודות B, C, E, D נמצאות על אותו מעגל.

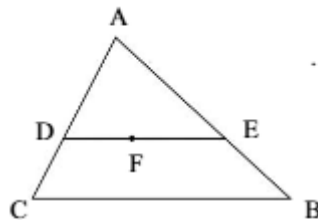
ג. (*) קבעו איזה מהקטעים BE או CD - ארוך יותר. הסבירו.

ד. הנקודה M נמצאת על הקטע DE בין הנקודות D ו-E.

האם ייתכן ש: $\angle BMC = \angle BEC$? הסבירו.

ה. שי טענה: "בתוך המשולש $\triangle CFE$ קיימת רק נקודה P אחת שעבורה נקבל: $\angle BPD = \angle BCD$ ".

האם שי צודק? הסבירו את תשובתכם.



14. (*) המשכי שוקי הטרפז BCDE נחתכים בנקודה A.

הקטע DE עובר בנקודה F שהיא מרכז המעגל החסום במשולש $\triangle ABC$.

נתון: $AD = 3BE$, $CD = 3a$, $DE = 5a$.

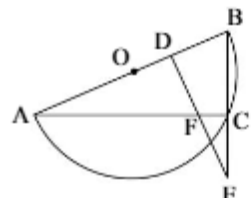
א. הביעו באמצעות a את אורכי הקטעים:

1. AE 2. BC

ב. נתון: חוצה הזווית $\angle BAC$ חותך את הצלע BC בנקודה M.

חשבו את היחס: $\frac{CM}{BM}$.

ג. חשבו את היחס בין שטחי המשולשים $\triangle ADE$ ו- $\triangle ACFM$.



15. (*) המשולש $\triangle ABC$ חסום בחצי מעגל שמרכזו O וקוטרו AB.

מהנקודה D הנמצאת על הרדיוס BO מעלים אנך החותך את

המיתר AC בנקודה F ואת המשך המיתר BC בנקודה E.

נסמן: $\angle BED = \alpha$. נתון: $60^\circ \leq \angle AFD \leq \angle BAC$.

א. מצאו את טווח הערכים האפשריים של α ושל הזווית $\angle CFD$.

ב. נתון: כאשר הזווית $\angle CFD$ היא מינימלית אז: $DO = R$, $AB = 6R$.

חשבו את היחס: $\frac{BC}{CE}$.

תשובות:

- 1) א. 20 ס"מ. ב. 10 ס"מ. ג. 234 סמ"ר. ד. $42\pi = 131.95$ ס"מ. ה. נכונה. ו. נכונה.
- 2) א. 5 ס"מ. ב. 78 סמ"ר. ג. $25\pi = 78.54$ סמ"ר. ד. 20 סמ"ר. ה. 5 ס"מ. ו. 78 סמ"ר.
- 3) א. 77 ס"מ. ב. 1. ג. 278.12 סמ"ר. ד. 252 ס"מ ושטחו: 1,512 סמ"ר.
- 4) א. $4a^2$. ב. BE ארוך יותר כיוון שהוא קוטר במעגל מסעיף ב'. ג. לא ייתכן. במעגל החוסם את המרובע BCED הזווית BEC נשענת על המיתר BC. הזווית BMC נשענת על אותו מיתר אך אינה היקפית. ה. שי טועה. קיימות אינסוף נקודות P המקיימות את שוויון הזוויות. כולן נמצאות על הקשת הקצרה CE של המעגל החוסם את המרובע BCED.
- 5) א. $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$, $120^\circ \leq \angle DFC \leq 135^\circ$. ב. 3.

גיאומטריה - שאלות קצרות

שאלות ללא מעגל

1. בטרפז נתון שאורך קטע האמצעים הוא 5 ס"מ. מרחקו של קטע האמצעים מאחד הבסיסים הוא 6 ס"מ. חשבו את שטח הטרפז.

2. שלושת קטעי האמצעים של המשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ ($AB \perp AC$) מחלקים אותו ל-4 משולשים.

שלושת המשולשים שהקודקוד A אינו אחד מקודקודיהם יוצרים טרפז ששטחו 18 סמ"ר.

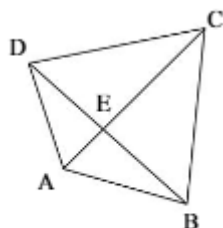
א. חשבו את שטח המשולש $\triangle ABC$.

ב. מבין ארבעת המשולשים, היקפו של המשולש שאחד מקודקודיו A, הוא 12 ס"מ.

חשבו את היקף הטרפז שהוזכר בתחילת השאלה.



3. שלושת התיכונים במשולש מחלקים את המשולש לשישה משולשים. הראו ששני המשולשים הצבועים באפור שווים זה לזה בשטחם.

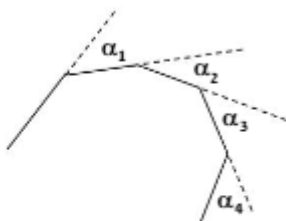


4. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בנקודה E. נתון:

$$S_{ABCE} = 4 \cdot S_{AADE}, \quad S_{ACDE} = 9 \text{ סמ"ר}, \quad S_{AABE} = 4 \text{ סמ"ר}$$

חשבו את שטחו של המרובע ABCD.

5. קבעו אם ייתכן שבמשולש שווה שוקיים, התיכון לבסיס יהיה ארוך פי 2 מהתיכונים האחרים. הסבירו.



6. לפניכם שרטוט של חלק ממצולע קמור בעל n צלעות.

ממשיכים את הצלעות בעזרת קווים מקווקווים כמתואר בשרטוט.

באופן זה נוצרות n הזוויות: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$.

א. חשבו את הסכום: $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n$ אם זהו מחומש.

ב. חשבו את הסכום: $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n$ אם זהו משושה.

ג. כאשר מדובר במצולע בעל n צלעות, חשבו את הסכום: $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n$. הסבירו.

7. במשולש $\triangle ABC$ נתון: $AB = 3$ ס"מ, $BC = 7$ ס"מ, $\angle ABC < \angle BAC$.

מצאו את טווח הערכים המצומצם ביותר שניתן לקבוע עבור אורך הצלע AC .

8. (*) נתון מצולע משוכלל בעל $2n$ צלעות שהיקפו 20 ס"מ (n טבעי). אורכו של אלכסון אשר חוצה את המצולע לשני מצולעים חופפים הוא $2k$. היעזרו ב- n וב- k ומצאו נוסחה לחישוב שטח המצולע.

שאלות עם מעגל

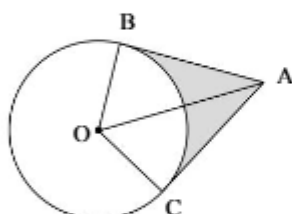
9. הנקודות D ו- E נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו- AC במשולש $\triangle ABC$.

נתון שהמרובע $BCED$ הוא בר חסימה במעגל.

הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.

10. במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$) נתונים הגבהים BD ו- CE .

קבעו אם הנקודות D, C, B, E נמצאות על מעגל אחד.



11. נתון מעגל שהיקפו 10π ס"מ ומרכזו בנקודה O .

מהנקודה A יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות

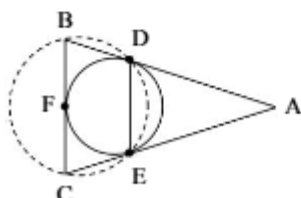
B ו- C . נתון: $AO = 10$ ס"מ. חשבו את:

א. גודל הזווית $\angle BOC$.

ב. השטח האפור המוגבל בין המשיקים לבין הקשת הקצרה BC .

12. הנקודה M היא מפגש התיכונים במשולש $\triangle ABC$ החסום במעגל. נתון: $BM = 4$ ס"מ,

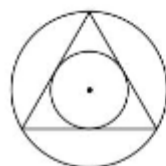
$AB \perp BC$. מהו השטח המקסימלי האפשרי של המשולש $\triangle ABC$? אין צורך לגזור פונקציה כלשהי.



13. מעגל חסום במשולש $\triangle ABC$ ומשיק לצלעותיו בנקודות D, E ו- F .

נתון שהנקודות D, B, E, C נמצאות על מעגל אחד.

הוכיחו: המשולש $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים.



14. לפניכם שני מעגלים בעלי מרכז משותף.

משולש שווה צלעות חסום על ידי המעגל החיצוני וחוסם את המעגל הפנימי.

חשבו את היחס בין היקפי המעגלים.

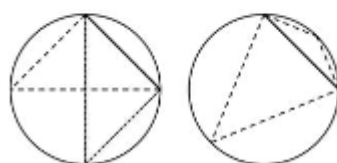
תשובות:

1) 60 סמ"ר. 2) א. 24 סמ"ר. ב. 22 ס"מ. 4) 28 סמ"ר. 5) לא ייתכן.

6) א. 360° . ב. 360° . ג. 360° . 7) 7 ס"מ $< AC <$ 4 ס"מ. 8) $10\sqrt{k^2 - \frac{25}{n^2}}$.

10) הנקודות נמצאות על מעגל אחד. 11) א. 120° .

ב. $17.12 \approx 25(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$ סמ"ר. 12) 36 סמ"ר.



14) 2:1 15) ארבעה משולשים ששניים מהם שווי שטח, כמותאר בשרטוט משמאל. במעגל הימני שני המשולשים שוני השטח ובמעגל השמאלי שווי השטח.