

עבודת קיץ ל 4 יח"ל מתמטיקה לעולים לכיתה י"א – תשפ"ז

תלמידים יקרים,

מצורפת עבודה המסכמת את כיתה י' ומהווה הכנה חשובה לכיתה י"א.

העבודה הינה חובה.

הנחיות:

- יש להגיש עבודה מסודרת ולכתוב באופן קריא וברור
- עליכם לכתוב תשובות מנומקות ומפרטות
- יש להגיש את כל התרגילים לפי סדר הופעתם בעבודה
- חובה לציין מספר תרגיל וסעיף בכל פתרון
- עליכם להגיש את העבודה בקלסר חצי שקוף / כקובץ דפים משודכים
- יש לצרף בתחילת העבודה דף שער הכולל: שם מלא, כיתה ושם המורה
- בחלק השני של העבודה יש ברקודים שיכולים לסייע בפתרון השאלה

בתחילת השנה יערך מבדק על עבודת הקיץ כדי לוודא שאתם מוכנים ללימודי מתמטיקה בכיתה יא'.

הערה: תלמיד המעוניין לשנות את שיבוץ רמת הלימוד שלו, יכול לפתור ולהגיש את עבודת הקיץ ברמה אליה הוא מעוניין לעבור ולהיבחן בתחילת שנה בהתאם. ציון מעבר מעל 65 (חובה להירשם על פי ההנחיות שנשלחו במשוב). בכל מקרה יש להגיש רק עבודת קיץ אחת.

בהצלחה גדולה ואיחולי חופשה נעימה,

צוות מתמטיקה

פונקציה רציונאלית

1. נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$.

מצאו באילו נקודות שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא $\frac{3}{4}$.

2.

נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{9-2x}{x-5}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו שיעורי שתי נקודות על גרף הפונקציה שבהן המשיק לגרף מקביל לישר $y = \frac{1}{4}x + 10$.

3.

לגרף הפונקציה $y = \frac{x+6}{x-1}$ מעבירים משיק בנקודה על הגרף שבה שיעור ה- y הוא 2.

א. מצאו את שיעורי נקודת ההשקה.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

4.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{9-2x}{x+a}$ בנקודה שבה $x = 3$ הוא $\frac{1}{4}$.

א. מצאו את שני הערכים של a .

ב. עבור הערך הקטן של a , מבין שתי האפשרויות שמצאתם:

(1) מצאו את שיעורי נקודת ההשקה.

(2) מצאו את משוואת המשיק.

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) - 5$.

מעבירים לפונקציה $g(x)$ משיק בנקודה שבה $x = 3$. מהו שיפוע המשיק?

5.

עבור כל אחת מהפונקציות הבאות מצאו:

א. תחום ההגדרה. ב. שיעורי נקודות קיצון. ג. תחומי עלייה וירידה.

א. $y = \frac{-x^2 - 100}{2x}$ ב. $y = \frac{x+4}{x^2+3x}$

6.

נתונה הפונקציה $y = \frac{ax-9}{x^2-7x+10}$, a הוא פרמטר.

לפונקציה יש נקודת קיצון כאשר $x = 3$.

א. מצאו את הערך של a .

ב. כתבו את משוואת הפונקציה ללא פרמטרים.

7.

הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+m^2}{mx}$ ($m \neq 0$) מוגדרת עבור $x \neq 0$. לפונקציה יש קיצון בנקודה $x = 2$.

א. מצאו את הערך של m (רשמו את שתי האפשרויות).

ב. עבור הערך החיובי של m , מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.



אנליזה:

חקירה:

סרטון



1) עבור כל אחת מהפונקציות הבאות:

א. מצאו את תחום ההגדרה. ב. גזרו את הפונקציה.

$$y = (x+2)^2 \quad (1) \quad y = 3x(x-1)^2 \quad (2)$$

$$y = (2x+7)^8 \quad (3) \quad y = 3x^3(3x-1) \quad (4)$$

$$f(x) = 4\sqrt{x} + 4x + 3 \quad (5) \quad f(x) = x^2 - 2\sqrt{x} \quad (6)$$

$$f(x) = \sqrt{10-3x} \quad (7) \quad f(x) = \sqrt{2x^2+7x} \quad (8)$$

$$f(x) = 3x^2 - 8\sqrt{x} \quad (9) \quad f(x) = x^2\sqrt{1-2x} \quad (10)$$

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x^2+4}}{2} \quad (11)$$

סרטון



2) ענו על הסעיפים הבאים:

א. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = x^4 - 2x$ ששיפועו 2.

ב. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = 2(4x+3)^3$ בנקודה $x = -1$.

ג. המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{3x-8}$, מקביל לישר שמשוואתו היא $2y - 3x = 4$. מצאו את משוואת המשיק.

סרטון



3) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$. חקרו את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. מצאו תחום ההגדרה.

ב. מצאו נקודות קיצון של הפונקציה.

ג. כתבו תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצאו נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

סרטון





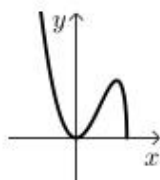
7 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- האם הישר $y = x - 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמקו.



8 נתונה הפונקציה: $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ?
 - מצאו את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c פרמטר שיתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$.
- מה הם כל ערכי c שבעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?



9 בציור שלפניכם מוצג גרף הפונקציה: $f(x) = x^2 \sqrt{10 - 4x}$

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- כמה פתרונות יש למשוואה: $x^2 \sqrt{10 - 4x} = 5$? נמקו את תשובתכם.



10 נתונה הפונקציה: $f(x) = ax \cdot \sqrt{12 - x}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (1) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -4$ הוא 9. מצאו את a .
(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - k$, הפונקציה $g(x)$ משיקה לציר ה- x . מצאו את k .

(אין שאלה 11)

12. (עבודת קיץ יואל גבע)

נתונה פונקציה $f(x) = (x^2 - 1)^2$.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- הוכיחו שהפונקציה היא **פונקציה זוגית**.
- מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל x .
- ח. (1) מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = f(x) - 6$.
- (2) כמה נקודות אפס יש לפונקציה $g(x)$?

13. (עבודת קיץ יואל גבע)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - \frac{2x^3}{3}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < 0$ וגם $f'(x) > 0$?
- ז. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = -f(x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
הדרכה: הגרף של $-f(x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- x .
- ח. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x) = f(-x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.
הדרכה: הגרף של $f(-x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- y .

14. (עבודת קיץ יואל גבע)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 8x^2 - 16x$.

- מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
- (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x + 3)$.
- (1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$, כדי לקבל את הגרף של $g(x)$?
- (2) מהן שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
- (3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. (1) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $f(x) = k$ שני פתרונות?
- (2) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות?

הסתברות (כרך ג')

עמ' 237 תרגיל 9

9. בבית ספר מסוים יש שתי מגמות : מגמה מדעית ומגמה עיונית.
ידוע כי מספר הבנים בבית הספר גדול פי 2 ממספר הבנות. הבנות הלומדות במגמה עיונית מהוות $\frac{1}{4}$ מתלמידי בית הספר והבנים הלומדים במגמה מדעית מהווים $\frac{2}{5}$ מתלמידי בית הספר. בוחרים באקראי תלמיד.
א. מהי ההסתברות שנבחר בן הלומד במגמה עיונית?
ב. מהי ההסתברות שנבחר בן, אם ידוע שהתלמיד לומד במגמה עיונית?
ג. ידוע שנבחרה בת. מהי ההסתברות שהיא לומדת במגמה עיונית?

עמ' 238 תרגיל 10

10. בסוף השנה ייבחנו תלמידי בית ספר מסוים בשני מבחני מתכונת בזה אחר זה.
ידוע כי 80% מהתלמידים מצליחים במבחן הראשון ו-70% מהתלמידים מצליחים במבחן השני. 10% מהתלמידים לא מצליחים באף אחד מהמבחנים.
א. בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות שהוא הצליח לפחות במבחן אחד?
ב. בוחרים באקראי תלמיד שהצליח **לפחות** במבחן אחד.
מהי ההסתברות שהוא הצליח במבחן הראשון?
ג. בוחרים באקראי תלמיד שהצליח **לכל היותר** במבחן אחד.
מהי ההסתברות שהוא לא הצליח באף מבחן?

עמ' 238 תרגיל 13

13. בפקולטה לניהול נערכו שני מבחנים : מבחן בכלכלה ומבחן בחשבונאות.
מבין הלומדים בפקולטה, $\frac{3}{4}$ עברו את המבחן בכלכלה, $\frac{1}{3}$ עברו רק את המבחן בכלכלה ו- $\frac{4}{5}$ עברו לפחות את אחד המבחנים. בוחרים באקראי תלמיד.
א. מהי ההסתברות שהוא לא עבר את המבחן בחשבונאות?
ב. מהי ההסתברות שהוא עבר רק את המבחן בכלכלה, אם ידוע שהוא עבר בדיוק מבחן אחד?
ג. מהי ההסתברות שהוא עבר את שני המבחנים, אם נתון שהוא שעבר את המבחן בכלכלה **או** את המבחן בחשבונאות?
★ ד. מהי ההסתברות שהוא עבר לפחות מבחן אחד, בהינתן שהוא עבר לכל היותר מבחן אחד?

עמ' 296 תרגיל 19

19. בכד יש 10 כדורים, מתוכם x כדורים לבנים והשאר שחורים.
א. מוציאים מהכד באקראי כדור.
(1) הביעו באמצעות x את ההסתברות שהכדור שהוצא הוא לבן.
(2) הביעו באמצעות x את ההסתברות שהכדור שהוצא הוא שחור.
ב. מוציאים מהכד באקראי שני כדורים עם החזרה.
(1) הביעו באמצעות x את ההסתברות ששני הכדורים שהוצאו הם לבנים.
(2) מצאו את x, אם ידוע שההסתברות ששני הכדורים שהוצאו הם לבנים היא 0.49.

עמ' 299 תרגיל 4

4. בכד יש 9 פתקים ועליהם רשומים המספרים 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. מוציאים באקראי פתק מתוך הכד. אם המספר הרשום עליו הוא אי-זוגי, משאירים אותו בחוץ. אם המספר הרשום עליו הוא זוגי, מחזירים אותו לכד. מערבבים ומוציאים מהכד פתק נוסף. א. חשבו את ההסתברות שלפחות על אחד משני הפתקים רשום מספר זוגי. ב. בהינתן שלפחות על אחד משני הפתקים רשום מספר זוגי, מהי ההסתברות שעל שני הפתקים רשום מספר זוגי?

עמ' 300 תרגיל 11 בתחילת השנה יערך מבדק על עבודת הקיץ כדי לוודא שאתם מוכנים ללימודי מתמטיקה בכיתה יא',

11. צלף יורה למטרה 3 יריות. ההסתברות שהוא יפגע בירייה הראשונה היא 0.9. בשתי היריות הבאות ההסתברות לפגיעה תלויה בתוצאת הירייה הקודמת. ההסתברות לפגיעה היא 0.8 אם פגע ביריה הקודמת, והיא 0.6 אם החטיא בירייה הקודמת. א. ידוע שהצלף פגע בדיוק בירייה אחת מתוך השלוש. מהי ההסתברות שהוא פגע בירייה השנייה? ב. ידוע שהצלף פגע ברוב היריות. (1) מהי ההסתברות שהוא פגע בירייה הראשונה? (2) מהי ההסתברות שהוא החטיא את שתי היריות הראשונות?

עמ' 303 תרגיל 1

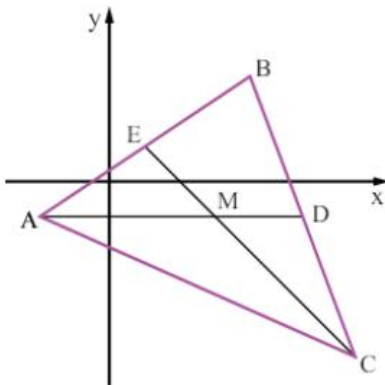
1. בבית ספר גדול נערכו שני מבחנים : במתמטיקה ובאנגלית. 70% מהתלמידים הצליחו במתמטיקה, 55% מהתלמידים הצליחו בשני המבחנים ו- 5% מהתלמידים לא הצליחו באף לא אחד משני המבחנים. א. בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות שהוא הצליח באנגלית? ב. בוחרים באקראי שני תלמידים. (1) מהי ההסתברות ששני התלמידים הצליחו באנגלית? (2) מהי ההסתברות שהתלמיד הראשון הצליח באנגלית והשני לא הצליח? (3) מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהתלמידים הצליח באנגלית?

עמ' 304 תרגיל 2

2. כדי להתקבל למגמה מדעית בעיר מסוימת, תלמיד צריך לעבור בהצלחה שני מבחנים.
80% מהתלמידים עוברים בהצלחה את המבחן הראשון. 70% מהתלמידים עוברים בהצלחה את המבחן השני ו-90% מהתלמידים עוברים בהצלחה לפחות את אחד משני המבחנים.
א. כמה אחוזים מהתלמידים מתקבלים למגמה מדעית?
ב. בוחרים באקראי שני תלמידים:
(1) מהי ההסתברות שהראשון יתקבל למגמה מדעית והשני לא יתקבל?
(2) מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם יתקבל למגמה מדעית?

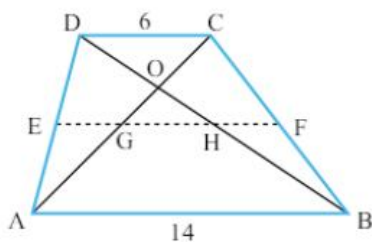
גיאומטריה

1. (עבודת קיץ בני גורן)



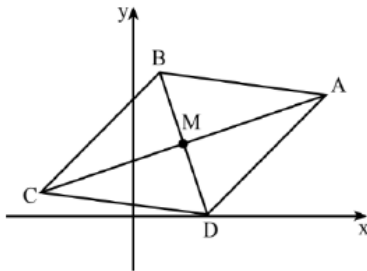
- קודקודיו של משולש הם $A(-2, -1)$, $B(4, 3)$, $C(7, -5)$.
א. מצאו את משוואת התיכון AD לצלע BC ואת משוואת התיכון CE לצלע AB.
ב. הנקודה M היא נקודת המפגש של התיכונים במשולש ABC. מצאו את שיעורי הנקודה M.
ג. הוכיחו על ידי חישוב אורכי הקטעים EM ו-EC שמתקיים: $EM = \frac{1}{3}EC$.

2. (עבודת קיץ בני גורן)



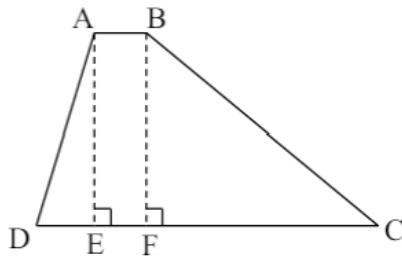
- EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) שאלכסוניו נחתכים בנקודה O.
הקטע EF חותך בהתאמה את האלכסונים AC ו-BD בנקודות G ו-H.
נתון: $AB = 14$ ס"מ, $DC = 6$ ס"מ.
א. חשבו את אורך הקטע GH על פי הסעיפים הבאים:
(1) חשבו את אורך קטע האמצעים EF.
(2) הסבירו מדוע $EG = HF$.
וחשבו את האורך השווה של שני הקטעים.
(3) חשבו את אורך הקטע GH.
ב. (1) הוכיחו: $\triangle DOC \sim \triangle HOG$.
(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש DOC לשטח המשולש HOG.

3. (עבודת קיץ יואל גבע)



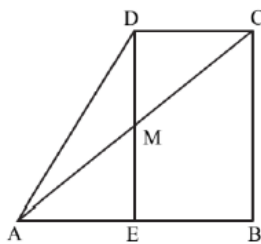
- לפניכם מעוין $ABCD$.
אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M .
נתון: $A(8;5)$, $C(-4;1)$.
א. מצאו את משוואת האלכסון BD .
ב. נתון שהנקודה D נמצאת על ציר ה- x .
מצא את שיעורי הנקודות D ו- B .
ג. חשבו את זוויתו של המעוין.

4. (עבודת קיץ ארכימדס)



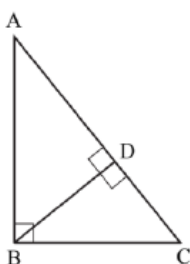
- בטרפז $ABCD$ מופיעים הגבהים AE ו- BF .
נתון: $BC = 10$ ס"מ, $\angle BCF = 40^\circ$.
א. חשבו את אורך הגובה BF .
ב. הסבירו מדוע המרובע $ABFE$ הוא מלבן.
ג. נתון: $DE = 2$ ס"מ. חשבו את:
1. גודל הזווית $\angle DAE$.
2. אורך השוק AD .
ד. נתון: $AB = 2$ ס"מ. חשבו את שטח הטרפז.

5. (עבודת קיץ יואל גבע)



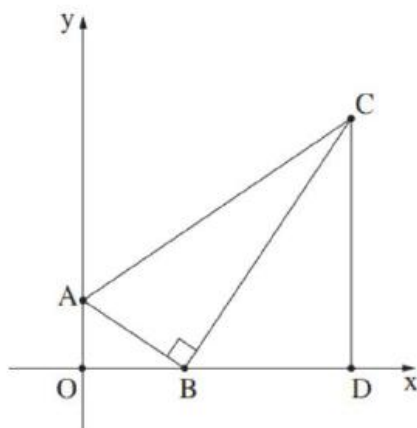
- $ABCD$ הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$). האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M .
נתון: $DM = ME$.
א. הוכיחו: $\triangle CDM \cong \triangle AEM$.
ב. הוכיחו: המרובע $DCBE$ הוא מלבן.
ג. הוכיחו: $AE = BE$.
ד. נתון: $BE = 4$, $\angle BAC = 40^\circ$.
(1) חשבו את גובה הטרפז. (2) חשבו את אורך השוק AD .

6. (עבודת קיץ יואל גבע)



- המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
 BD הוא הגובה ליתר AC .
א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.
ב. הוכיחו: $AB^2 = AD \cdot AC$.
ג. נתון: $AD:DC = 16:9$.
חשבו את הזווית A .
הדרכה: סמנו $AD = 16x$.

7. (שאלון 471 בגרות חורף תשפ"ג)



במשולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$)

הקודקוד B מונח על ציר ה- x והקודקוד A מונח על ציר ה- y .

מִן הַקּוֹדֶקֶד C הַעֲבִירוּ אֶנֶךְ לְצִיר ה־x, הַחוּתָךְ אוֹתוֹ בִּנְקוּדָה D (רְאוּ סֵרְטוּט).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle BDC$.

נתון: $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$

משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{2}{3}x + 4$

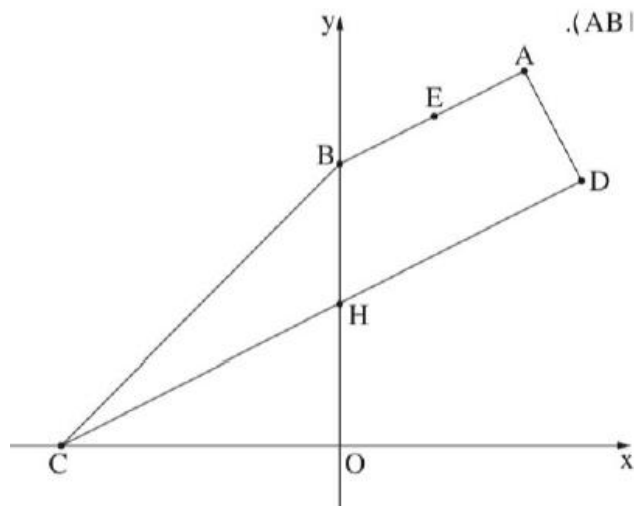
ב. (1) מצאו את אורכי הקטעים OB ו-CD.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות C ו- D.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית BAC.

(2) מצאו את גודל הזווית ACD.

8. (שאלון 471 בגרות קיץ תשפ"ד)



בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית $ABCD$ ($AB \parallel DC$, $\angle D = 90^\circ$).

הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והקודקוד C נמצא על

החלק השלישי של ציר ה- x .

הבסיס CD חותך את ציר ה־y בנקודה H.

נתון: הנקודה $E(2, 7)$ נמצאת על הבסיס AB .

משוואת שוק הטרפז AD היא $y = -2x + 16$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא $\sqrt{72}$.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את גודל הזווית CBO (O היא ראשית הצירים).

ד. (1) מצאו את משוואת הישר CD.

(2) מצאו את גודל הזווית CHB.

ה. חשבו את שטח המשולש CBE.

בהצלחה!